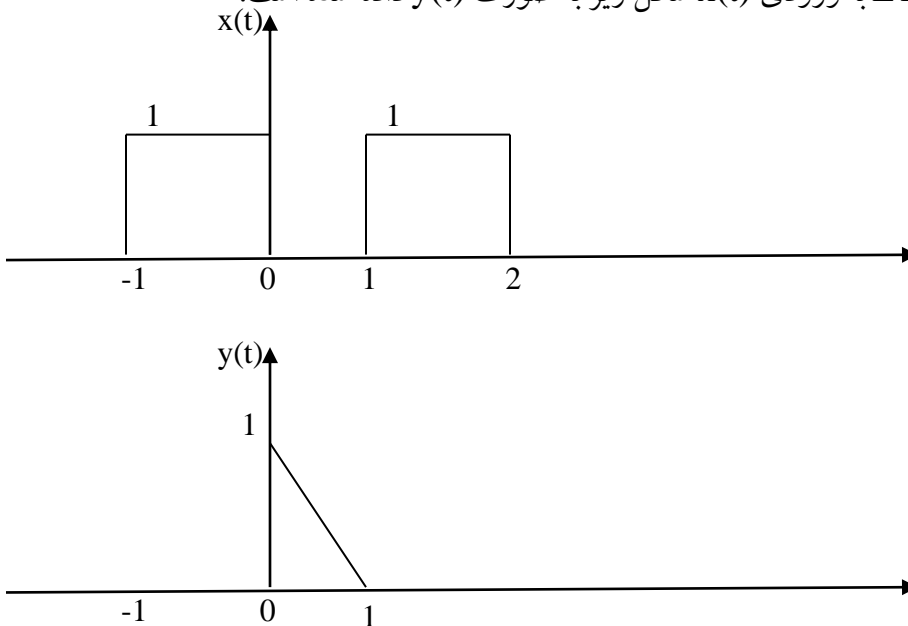


به نام خدا

تکلیف سری دوم تجزیه و تحلیل سیستمها

(۱) پاسخ ضربه یک سیستم LTI گسسته زمان برابر با $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ است. اگر خروجی این سیستم به ورودی $x[n] = 2\delta[n] + \delta[n-3]$ را $y[n]$ بنامیم، $y[1]$ و $y[2]$ را به دست آورید.

(۲) پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $x(t)$ شکل زیر به صورت $y(t)$ داده شده است.



پاسخ این سیستم به ورودی $x_1(t) = u(t+1) - u(t-7)$ چیست؟

(۳) اگر پاسخ ضربه یک سیستم LTI برابر $u[n]$ باشد، خروجی این سیستم را به ازای ورودی پله واحد به دست آورید.

(۴) اگر پاسخ ضربه یک سیستم LTI برابر $e^{-t}u(t)$ باشد آنگاه پاسخ این سیستم به ورودی

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-4k) \text{ را در فاصله } 0 \leq t < 4 \text{ به دست آورید.}$$

(۵) یک سیستم LTI دارای پاسخ پله زیر است. پاسخ ضربه آن را به ساده ترین صورت به دست آورید.

$$s[n] = [(n+1)a^n]u[n] \quad |a| < 1$$

(۶) آیا ترکیب متوالی یک سیستم LTI علی و یک سیستم LTI غیر علی حتماً غیر علی است. توضیح

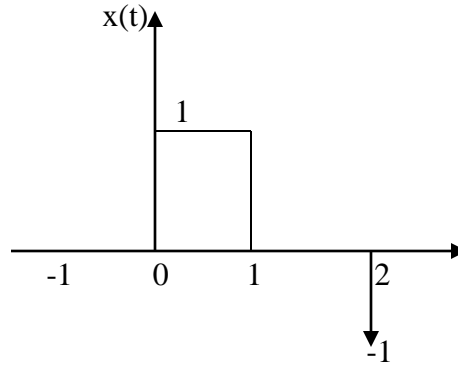
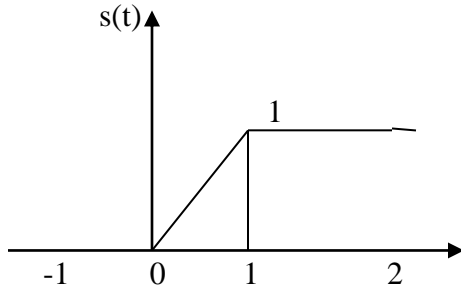
دهید.

(۷) فرض کنید $x(t)$ به غیر از فاصله $a < t < b$ در بقیه نقاط صفر باشد و همچنین $h(t)$ نیز به غیر از فاصله $c < t < d$ در بقیه نقاط صفر باشد. ثابت کنید $y(t) = x(t) * h(t)$ به غیر از فاصله $a + c < t < b + d$ صفر است.

(۸) پاسخ پله یک سیستم به صورت زیر است.

الف) آیا این سیستم پایدار و علی است؟ چرا؟

ب) پاسخ این سیستم را به ورودی $x(t)$ به دست آورید.



(۹) برای زوج‌های زیر حاصل $x * h$ را به دست آورید.

الف) $h(t) = e^{-3t}u(t)$, $x(t) = u(t-1)$

ب) $h(t) = e^{-bt}u(t)$, $x(t) = e^{-at}u(t)$

ج) $h[n] = \delta[n] - .5\delta[n-1]$, $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

د) $h[n] = \begin{cases} -1 & n = -1 \\ 1 & n = 1 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$, $x[n] = (u[n] - u[n-1])$

(۱۰) یک سیستم LTI با رابطه ورودی خروجی مقابل در نظر بگیرید:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-2(t-\tau+1)} x(\tau+1) d\tau$$

الف) پاسخ ضربه سیستم را تعیین کنید.

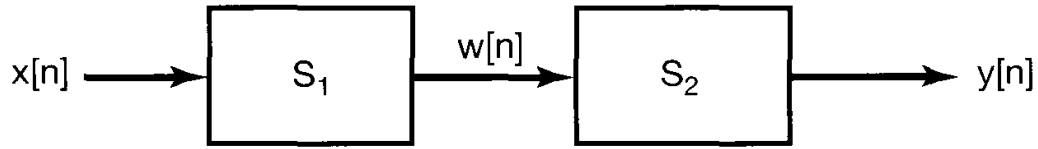
ب) با ذکر دلیل در مورد علی بودن و پایداری سیستم بحث کنید.

(۱۱) فرض کنید

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 9 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad \text{and} \quad h[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

اگر $N < 10$ باشد و $y[n] = x[n] * h[n]$ و $y[4] = 5, y[14] = 0$. مقدار N را به دست آورید.

(۱۲) دو سیستم خطی و تغییر ناپذیر با زمان (LTI) S_1 و S_2 با هم سری شده اند



اگر رابطه بین ورودی و خروجی S_1, S_2 به صورت زیر باشد:

S_1 : causal LTI,

$$w[n] = \frac{1}{2}w[n-1] + x[n];$$

S_2 : causal LTI,

$$y[n] = \alpha y[n-1] + \beta w[n].$$

و رابطه بین ورودی و خروجی سیستم به صورت زیر باشد

$$y[n] = -\frac{1}{8}y[n-2] + \frac{3}{4}y[n-1] + x[n].$$

مقدار β را محاسبه کنید و پاسخ ضربه سیستم را هم به دست آورید.

(۱۳) بلوک دیاگرام نوع ۱ و نوع ۲ را برای دو معادله دیفرانس زیر رسم کنید.

$$(a) \quad y[n] = \frac{1}{3}y[n-1] + \frac{1}{2}x[n]$$

$$(b) \quad y[n] = \frac{1}{3}y[n-1] + x[n-1]$$

(۱۴) فرض کنید ورودی یک سیستم به صورت زیر است:

$$x[n] = \delta[n] - a\delta[n-1].$$

اگر دو سیستم LTI با پاسخ ضربه های زیر به صورت سری به این سیستم اعمال شوند خروجی چه خواهد بود؟ (راهنمایی: به جای کانولوشن h_1 و h_2 ابتدا $x[n]$ را در h_2 کانولوشن کنید و سپس حاصل را در h_1 کانولوشن کنید)

$$h_1[n] = \sin 8n$$

$$h_2[n] = a^n u[n], \quad |a| < 1,$$